

DYNAMIQUE D'UNE SONDE DANS LE SYSTÈME SOLAIRE

CAMILLE ELOY, QUENTIN VIGNERON

L'objectif de cet article est de modéliser la dynamique du lancement d'une sonde dans le système solaire. À cette fin, nous avons utilisé un algorithme de type Runge-Kutta d'ordre 4 à pas de temps adaptatif. Nous avons reproduit le lancement de Voyager 2 et New Horizons, ainsi que les frondes gravitationnelles qu'elles ont subies. Le phénomène d'assistance gravitationnelle est expliqué, et l'algorithme est présenté en détails.

1. INTRODUCTION

Le phénomène de fronde gravitationnelle est basé sur l'utilisation de l'attraction gravitationnelle qu'exerce une planète sur une sonde afin d'accélérer son mouvement et de modifier sa trajectoire sans avoir à utiliser son système de propulsion. Cette technique est largement utilisée par les agences spatiales, elle permet une économie d'énergie et donc la réduction des frais de lancement. La sonde Voyager 2 a ainsi survolé Jupiter, Saturne, Uranus puis Neptune dans le but de quitter le système solaire à moindres frais, tout en recueillant des informations précieuses sur les astres. L'assistance gravitationnelle a également été utilisée par l'agence spatiale européenne dans le cadre de la mission Rosetta. La sonde a ainsi utilisé l'attraction gravitationnelle de la Terre et de Mars à plusieurs reprises afin d'atteindre et de se mettre en orbite autour de la comète Churyumov-Gerasimenko.

Les modifications de vitesse dues au phénomène d'assistance gravitationnelle peuvent être de deux sortes : si la sonde passe derrière la planète par rapport au sens de sa vitesse, elle est accélérée, on parle de fronde. Inversement, si elle passe devant la planète, elle subit une décélération, on parle d'antifronde. L'effet est d'autant plus important que la masse de la planète et sa vitesse sur son orbite sont grandes et que la distance à laquelle la sonde passe de la planète est petite. Ainsi, pour une sonde explorant les planètes externes, une fronde sur Jupiter ou Saturne pourra être très bénéfique du fait de leur masse importante.

Cet article a pour but la mise en évidence de ce phénomène. Nous avons pour cela intégré les équations régissant la dynamique du système solaire, en négligeant les implications de la relativité générale et en considérant les planètes comme ponctuelles. Nous avons réussi à reproduire les frondes de deux sondes : la sonde Voyager lancée en 1977 et la sonde New Horizons lancée en 2006. Nous

avons également modélisé une mise en orbite autour de Jupiter. Nous présentons dans une première partie l'effet de fronde. L'algorithme et les résultats sont ensuite exposés.

2. EFFET DE FRONDE

Le principe d'une fronde ou antifronde gravitationnelle est de modifier la vitesse et la direction d'une sonde spatiale en utilisant l'attraction gravitationnelle d'une planète. Cet effet dépend essentiellement du référentiel dans lequel on se place. Nous présentons dans cette section un modèle simple pour expliquer ce phénomène.

Considérons une planète en rotation autour du Soleil. On appelle sphère de Hill la zone où l'attraction gravitationnelle de la planète sur la sonde est prépondérante devant celle du Soleil [1]. Dans cette zone, on peut considérer que la seule force agissant sur la sonde est l'attraction de la planète. En supposant que le temps de passage de la sonde dans la sphère de Hill est petit devant la période de révolution de la planète, on peut considérer que la planète se déplace en ligne droite à vitesse constante pendant le transit de la sonde. Notons $\mathbf{V}_p = V_p \mathbf{e}_y$ cette vitesse dans le référentiel héliocentrique $\mathcal{R}(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$.

Une fois dans la sphère de Hill, la trajectoire de la sonde dans le référentiel \mathcal{R}' lié à la planète est une branche d'hyperbole. Par symétrie, la vitesse de la sonde dans ce référentiel à la sortie de la sphère de Hill est identique en norme à la vitesse d'entrée, seule sa direction a changé (Figure 1). Notons $\mathbf{v}_i^{\mathcal{R}'}$ (respectivement $\mathbf{v}_f^{\mathcal{R}'}$) la vitesse en entrée de la sphère (respectivement en sortie) et V_s leur norme. En supposant que le mouvement se fait dans le

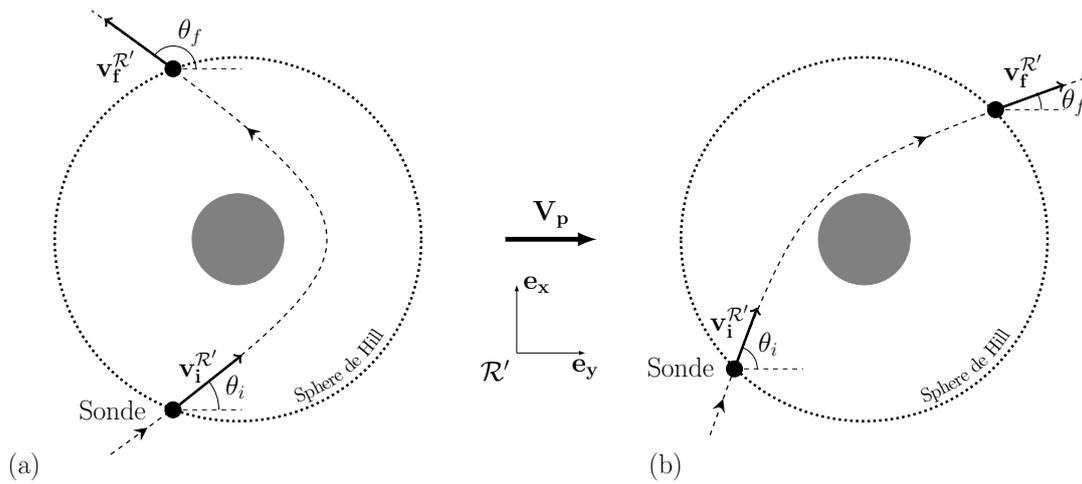


Fig. 1 Mouvement de la sonde dans le référentiel de la planète dans le cas (a) d'une antifronde et (b) d'une fronde. La planète est représentée en gris. Le mouvement de la planète dans le référentiel héliocentrique est donné par le vecteur V_p .

plan $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$,

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i^{\mathcal{R}'} = V_s (\sin(\theta_i) \mathbf{e}_x + \cos(\theta_i) \mathbf{e}_y) \\ \mathbf{v}_f^{\mathcal{R}'} = V_s (\sin(\theta_f) \mathbf{e}_x + \cos(\theta_f) \mathbf{e}_y) \end{cases} \quad (1)$$

Dans le référentiel héliocentrique, les vitesses deviennent

$$\begin{cases} \mathbf{v}_i^{\mathcal{R}} = V_s \sin(\theta_i) \mathbf{e}_x + (V_s \cos(\theta_i) + V_p) \mathbf{e}_y \\ \mathbf{v}_f^{\mathcal{R}} = V_s \sin(\theta_f) \mathbf{e}_x + (V_s \cos(\theta_f) + V_p) \mathbf{e}_y \end{cases} \quad (2)$$

La différence des normes au carré est alors

$$|\mathbf{v}_f|^2 - |\mathbf{v}_i|^2 = 2V_s V_p (\cos(\theta_f) - \cos(\theta_i)) \quad (3)$$

Si la sonde passe devant la planète, $\theta_i < \theta_f$ donc $|\mathbf{v}_f| < |\mathbf{v}_i|$, la sonde est ralentie. On a alors une antifronde. Au contraire, si la sonde passe devant la planète, $\theta_i > \theta_f$ donc $|\mathbf{v}_f| > |\mathbf{v}_i|$, on a une fronde. Ce gain d'énergie se fait au dépend de la planète, mais étant donné l'écart des masses ce gain apparaît comme net pour la sonde.

3. MÉTHODE

Afin d'optimiser notre algorithme, nous avons scindé le problème en deux. Nous avons dans un premier temps considéré le mouvement des planètes autour du Soleil, en négligeant l'influence de la sonde. Ces trajectoires étant quasi-circulaires, l'intégration des équations du mouvement peut se faire avec un pas constant. Une fois calculées, nous avons utilisé les trajectoires des planètes afin d'en déduire celle de la sonde. Les forces de gravitation agissant sur la sonde étant moindres dans l'espace interplanétaire qu'aux abords des planètes, nous avons utilisé un algorithme à pas de temps adaptatif pour gagner en précision et en temps de calcul.

3.1. Dynamique du système solaire

En négligeant les effets de la relativité générale et en considérant les planètes comme ponctuelles, le système

d'équation régissant le mouvement des planètes est le suivant :

$$\forall i \in \llbracket 1, 10 \rrbracket, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = -\mathcal{K} \sum_{j \neq i} \frac{m_j}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\|^3} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (4)$$

où m_i et \mathbf{r}_i sont les masses et les positions des 8 planètes du système solaire, de Pluton et du Soleil. Ces grandeurs sont ici adimensionnées par les changements de variables $\mathbf{r} \rightarrow \frac{\mathbf{r}}{L}$, $t \rightarrow \frac{t}{d}$, $m \rightarrow \frac{m}{M_\odot}$ avec L la distance Terre-Soleil, d la durée d'une année terrestre et M_\odot la masse du Soleil. Dans ce système d'unité, $\mathcal{K} = \frac{\mathcal{G} d^2 M_\odot}{L^3}$ joue le rôle de la constante universelle de gravitation.

L'intégration de ces équations s'est faite à l'aide de la méthode Runge-Kutta 4 [2]. C'est une méthode itérative : pour une équation différentielle de type

$$\begin{cases} y''(t) = f(y) \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = y'_0 \end{cases} \quad (5)$$

on approxime la valeur de y à tous les temps nh pour h le pas de temps d'intégration. On note $y_n = y(nh)$ cette approximation. (y_n) suit alors la relation :

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + h y'_n + \frac{h^2}{6} (k_1 + k_2 + k_3) \\ y'_{n+1} = y'_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{cases} \quad (6)$$

où les coefficients k_i sont alors donnés par :

$$\begin{cases} k_1 = f(y_n) \\ k_2 = f(y_n + \frac{h}{2} y'_n) \\ k_3 = f(y_n + \frac{h}{2} y'_n + \frac{h^2}{4} k_1) \\ k_4 = f(y_n + h y'_n + \frac{h^2}{2} k_2) \end{cases} \quad (7)$$

Nous avons appliqué cet algorithme au système d'équations (4) pour un pas de temps de une heure. La planète

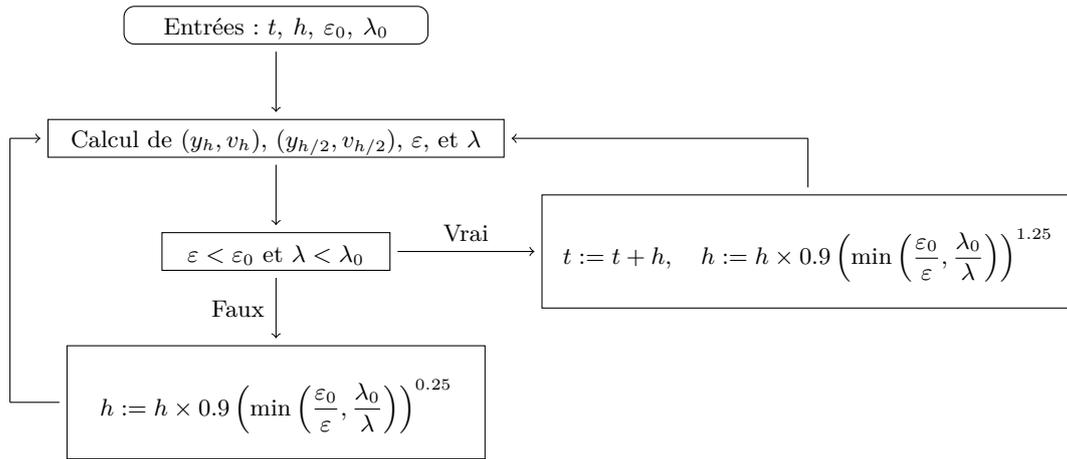


Fig. 2 Schéma de principe de l'algorithme Runge-Kutta 4 à pas de temps adaptatif.

ayant la plus courte période de révolution étant Mercure (88 jours), ce pas de temps donne une précision suffisante sur les trajectoires. Afin d'utiliser les trajectoires obtenues pour calculer le mouvement de la sonde, nous les interpolons à l'aide d'une méthode d'interpolation linéaire. Le pas de temps d'intégration pour la sonde variant à chaque itération, il est en effet nécessaire de connaître la position des planètes à chaque instant.

3.2. Dynamique de la sonde

Une fois les trajectoires des planètes connues, le mouvement de la sonde suit l'équation

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\mathcal{K} \sum_i \frac{m_i}{\|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}\|^3} (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}) \quad (8)$$

avec \mathbf{r} la position de la sonde. Afin d'augmenter la précision et diminuer le temps de calcul, nous avons intégré cette équation à l'aide d'une méthode Runge-Kutta 4 à pas de temps adaptatif, inspirée du cours de l'Institut für Theoretische Physik de la Westfälische Universität Münster [3].

3.2.1. Principe général

On se place à un temps t_n pour un pas de temps h . Afin d'estimer si h est adapté au calcul de l'état du système au temps $t_{n+1} = t_n + h$, on calcule l'état du système au temps t_{n+1} par un pas de temps de h et par deux pas de temps de $h/2$. En comparant l'erreur entre les deux résultats obtenus à une précision désirée, on peut déterminer si le pas de temps h doit être modifié.

Notons y_h et $y_{h/2}$ les estimées de l'état exact du système au temps t_{n+1} par la méthode Runge-Kutta 4 d'un pas de temps respectif de h et de deux pas de $h/2$. La quantité qui caractérise l'erreur faite entre les deux méthodes est

$$\varepsilon = \frac{|y_h - y_{h/2}|}{15} \quad (9)$$

Ce paramètre permet de juger de la validité du pas de temps h . Posons ε_0 la précision désirée sur le calcul. Si $\varepsilon < \varepsilon_0$ le pas est accepté, mais si $\varepsilon > \varepsilon_0$ il faut le diminuer, le calcul est grossier. On réitère donc le calcul d'erreur pour

un nouveau pas de temps h plus faible, jusqu'à vérifier la condition $\varepsilon < \varepsilon_0$.

On peut pousser l'algorithme une étape plus loin, en calculant à chaque itération un pas de temps optimal. Ainsi on augmente le pas de temps si $\varepsilon < \varepsilon_0$, et on le diminue si $\varepsilon > \varepsilon_0$. Le calcul du nouveau pas de temps h' se fait par

$$h' = \begin{cases} h \times 0.9 \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right)^{1.25} & , \text{ si } \varepsilon < \varepsilon_0 \\ h \times 0.9 \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} \right)^{0.25} & , \text{ si } \varepsilon > \varepsilon_0 \end{cases} \quad (10)$$

où 0.9 est un paramètre de contrôle.

3.2.2. Cas de notre algorithme

Dans le cas de la dynamique du système solaire, les équations différentielles sont du second degré. Il faut donc contrôler l'erreur sur la vitesse y' en plus de celle sur la position y .

Définissons de manière analogue au cas traité précédemment les positions y_h et $y_{h/2}$, et les vitesses v_h et $v_{h/2}$ calculées à partir des données d'un temps t_n en un temps $t_{n+1} = t_n + h$ pour des pas de temps de h et de $h/2$. On peut alors considérer les erreurs ε en position et λ en vitesse entre ces deux estimées de l'état du système en t_{n+1} définies par

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{|y_h - y_{h/2}|}{15} \\ \lambda = \frac{|v_h - v_{h/2}|}{15} \end{cases} \quad (11)$$

La comparaison de ces erreurs à des seuils ε_0 et λ_0 en position et vitesse permet de définir un pas de temps optimal pour la prochaine étape, ou un pas de temps plus adapté si l'étape n'a pas été validée. Ce nouveau pas de temps h' est défini par

$$h' = \begin{cases} h \times 0.9 \left(\min \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}, \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) \right)^{1.25} & , \text{ si } \varepsilon < \varepsilon_0 \text{ et } \lambda < \lambda_0 \\ h \times 0.9 \left(\min \left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}, \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) \right)^{0.25} & , \text{ sinon} \end{cases}$$

Le principe de l'algorithme est résumé en Figure 2.

Nous avons choisis les seuils suivants (donnés en unités astronomiques)

$$\begin{cases} \varepsilon_0 = 10^{-6} \\ \lambda_0 = 10^{-6} \end{cases} \quad (12)$$

déterminés suite à plusieurs séries de modélisation. ε_0 correspond à une précision de 100 km, elle est raisonnable étant donné que lors du lancement des sondes Voyager, la précision attendue était de l'ordre de 200 km. La valeur de λ_0 correspond à une précision de 1 m/s. C'est largement suffisant car l'ordre de grandeur des corrections de trajectoire lors du transit d'une sonde est de 100 m/s.

Le choix des conditions initiales est enfin crucial. Les positions des planètes doivent permettre à la sonde, lancée depuis la Terre, d'atteindre la planète visée. Nous avons utilisé des fenêtres de lancement ayant déjà servies à la réalisation de mises en orbite ou d'assistances gravitationnelles, obtenues grâce aux données de l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides [5]. La sonde est initialement à 4000 km du centre de la Terre avec une vitesse initiale, déterminée suite à des tests, permettant d'approcher la planète visée.

4. ENVOI D'UNE SONDE

4.1. Voyager 2

Voyager 2 a été lancée le 20 août 1977 et avait pour objectif d'explorer les planètes externes du système solaire [6]. Elle devait s'aider de l'assistance gravitationnelle de Jupiter, Saturne et Uranus.

La Figure 3 montre la trajectoire de la sonde par rapport à celles de la Terre, Jupiter, Saturne et Uranus, ainsi que sa vitesse comparée à la vitesse réelle de la sonde. La trajectoire est nettement déviée aux abords de Jupiter et Saturne, on a donc bien une assistance gravitationnelle. Ces deux assistances sont des frondes, comme le montre

l'évolution de la vitesse. Elles permettent le dépassement de la vitesse de libération par rapport au Soleil, et donc la fuite de Voyager 2 hors du système solaire, qui n'est pas permise par les seules capacités de propulsion de la sonde.

Les arrivées aux abords de Jupiter et Saturne se font respectivement 672 et 1383 jours après lancement, alors que Voyager 2 avait atteint ces planètes après 684 et 1460 jours. Nous n'approchons qu'approximativement Uranus, mais la sonde en est au plus proche après environ 2650 jours, ce qui concorde avec les 2712 jours qu'a réellement duré le voyage jusqu'à cette planète [8]. Notre modélisation est donc assez réaliste pour ce qui est du calendrier de la sonde. Ceci est confirmé par la comparaison de la trajectoire et de la vitesse modélisées à celles réelles de Voyager 2 (Figure 3). Les courbes sont proches jusqu'à la fronde sur Saturne, puis divergent. Ceci s'explique par l'écart de 77 jours séparant les deux arrivées aux abords de Saturne.

4.2. New Horizons

Nous avons simulé le lancement de la sonde New Horizons, effectué le 19 janvier 2006 (Figure 4). Elle devait rencontrer Jupiter pour une unique assistance gravitationnelle afin de croiser Pluton le 14 juillet 2015 [9].

La sonde arrive 75 jours plus tôt qu'en réalité sur Jupiter, soit un trajet de 330 jours, et quasiment deux ans plus tôt sur Pluton, soit un trajet de 7 ans et demi. Cet écart est énorme car il faut en réalité une dizaine d'années pour parcourir les 30 unités astronomiques séparant Pluton de la Terre. On peut expliquer cet écart par le choix des conditions initiales pour cette simulation. La vitesse de la sonde est plus grande que celle de libération sur tout

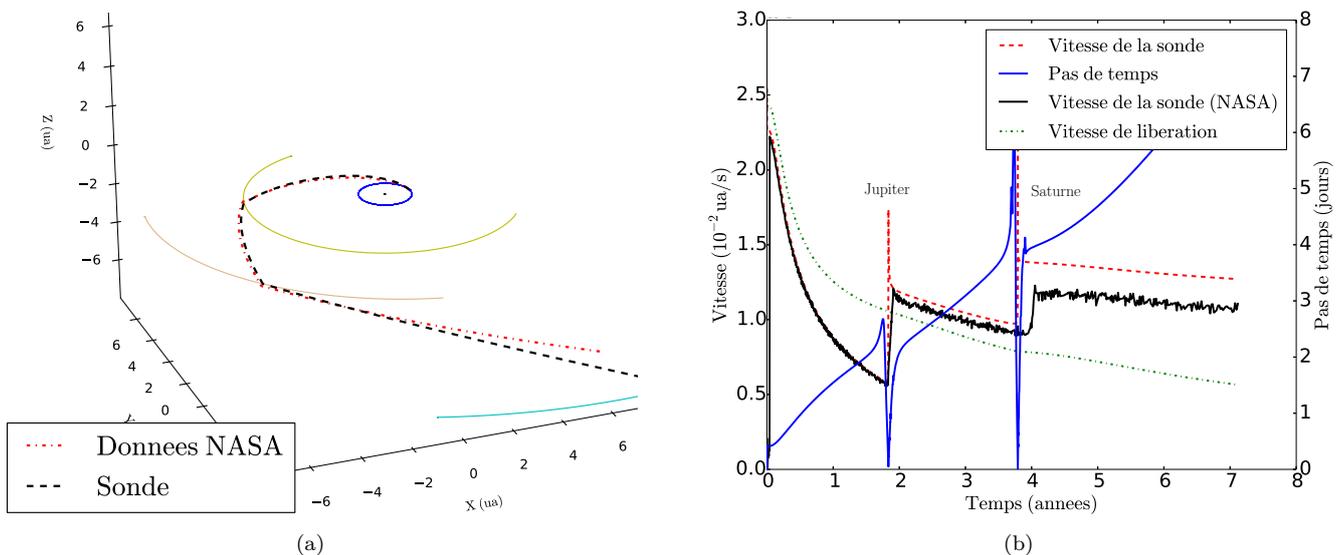


Fig. 3 Assistance gravitationnelle de Voyager 2 sur Jupiter et Saturne - (a) Les trajectoires de la Terre, Jupiter, Saturne et Uranus sont respectivement représentées en bleu, jaune, orange et cyan. La trajectoire réelle de Voyager 2 est extraite de [4]. Au passage sur l'orbite de Jupiter et Saturne, la sonde est nettement déviée. C'est l'effet de la fronde réalisée par ces deux planètes. (b) Vitesse de la sonde, vitesse réelle de Voyager 2 (d'après [4]), vitesse de libération et pas de temps du calcul au cours du mouvement pour la modélisation du lancement de Voyager 2. Après le passage près de Jupiter, la vitesse de la sonde devient supérieure à celle de libération : cette augmentation est due au phénomène de fronde gravitationnelle.

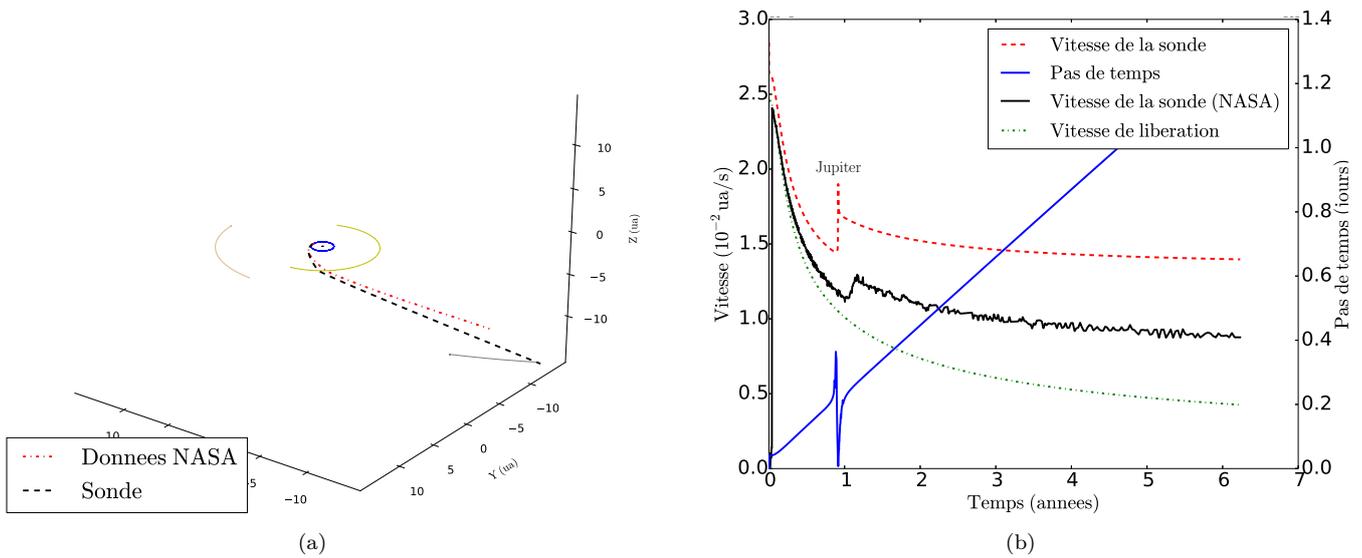


Fig. 4 Assistance gravitation de New Horizons sur Jupiter - (a) Fronde gravitationnelle de la sonde New Horizons sur Jupiter et arrivée proche de Pluton. Les trajectoires de la Terre, Jupiter et Pluton sont respectivement représentées en bleu, jaune et gris. La trajectoire réelle de New Horizons est extraite de [7]. (b) Vitesse de la sonde, vitesse réelle de New Horizons (d'après [7]) et pas de temps du calcul au cours du mouvement. Au passage de l'orbite de Jupiter, la sonde est nettement déviée. La vitesse de la sonde est supérieure à celle de libération avant même la fronde, et largement supérieure à la vitesse réelle de New Horizons. L'arrivée sur Jupiter se fait donc beaucoup plus tôt.

le trajet et en particulier à $t = 0$. Ceci n'est en réalité pas possible car les lanceurs actuels les plus puissants ne peuvent dépasser cette vitesse au lancement. La vitesse initiale était donc irréaliste, c'est pourquoi la sonde a atteint Pluton beaucoup plus tôt que prévu.

Nous avons également choisi les conditions initiales afin d'observer une fronde, et ce sans se préoccuper de la vitesse de la sonde aux abords de Jupiter, et donc de sa vitesse d'arrivée sur Pluton. La mission New Horizons a cependant pour but l'étude de cet astre, ce qui implique la maîtrise de la position et de la vitesse de la sonde proche de Pluton. Ainsi notre temps de trajet est également plus court car notre modèle prend en compte moins de contraintes.

4.3. Évolution du pas de temps

Les Figures 3 et 4 présentent entre autres l'évolution du pas de temps d'intégration en fonction du temps. On observe une augmentation globale du pas de temps : au fur et à mesure que la sonde s'éloigne du Soleil, les variations de trajectoires sont plus lentes et ne nécessitent pas une intégration rapide. Le pas de temps croît puis décroît brutalement aux abords des planètes. La décroissance peut s'expliquer par l'entrée de la sonde dans la sphère de Hill de la planète, où l'influence de la planète fait varier de manière significative le mouvement de la sonde. La croissance, elle, apparaît au moment précis où les forces agissant sur la sonde se minimisent (Figure 5) : en ce point de faible influence des planètes, la sonde est comme isolée. Son mouvement est donc assimilable à un mouvement rectiligne uniforme, ce qui explique l'augmentation brusque du pas de temps.

4.4. Mise en orbite

Grâce à la fenêtre de lancement utilisée pour Voyager 2 et en changeant la vitesse de lancement de la sonde, nous avons obtenu un orbitage de la sonde autour de Jupiter. Cet orbitage n'est cependant pas très réaliste : la sonde passe si proche du point représentant Jupiter qu'elle rentre dans la boule qu'est réellement Jupiter (Figure 6). La vitesse qu'implique cette proximité du centre de gravité de Jupiter est également irréaliste.

Un orbitage autour d'une planète nécessite des conditions d'arrivée sur celle-ci bien précises, telles que la tan-

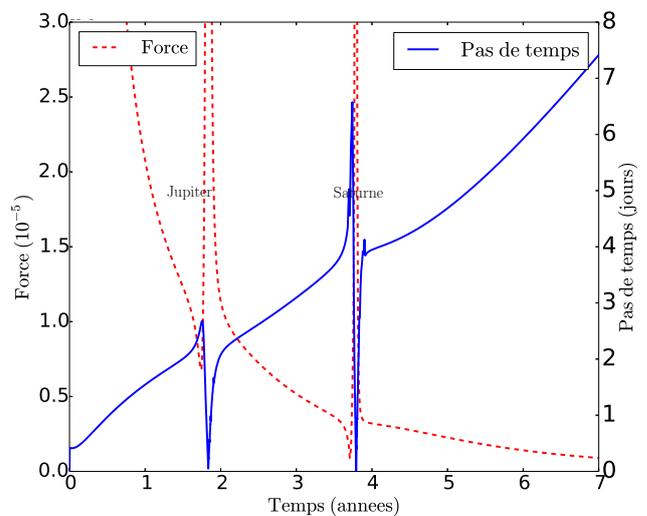


Fig. 5 Comparaison de la résultante des forces s'exerçant sur la sonde et du pas de temps d'intégration pour le lancement de Voyager 2 - Les minima de la résultante des forces correspondent aux maxima du pas de temps.

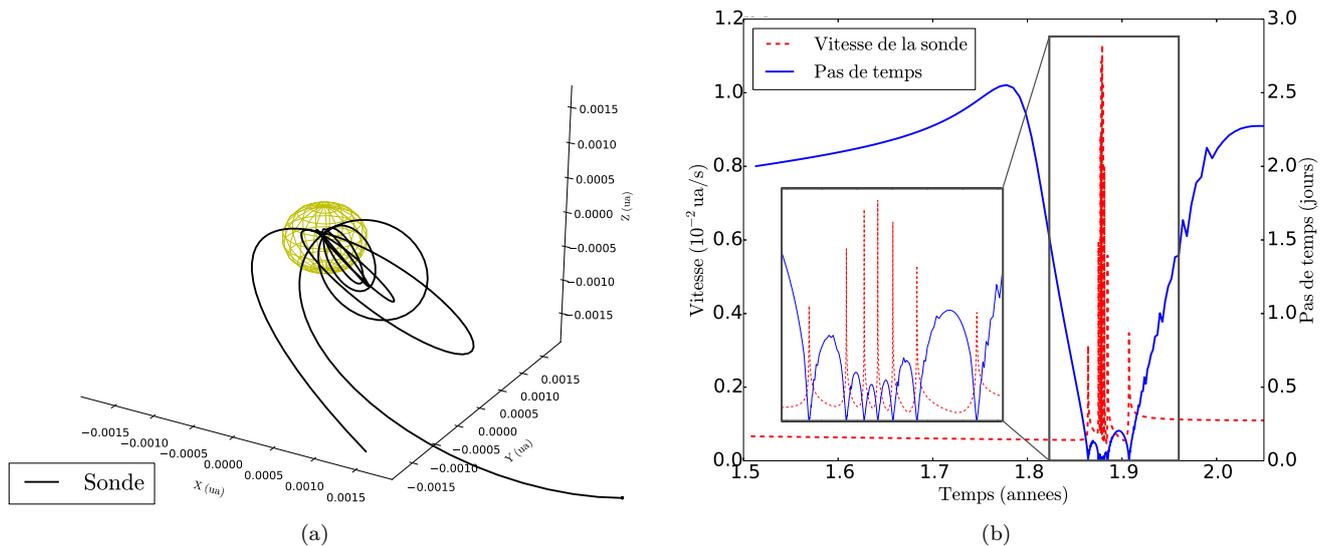


Fig. 6 Orbitage autour de Jupiter - (a) Trajectoire de la sonde autour de Jupiter, représentée par une sphère. La sonde passe à l'intérieur de la sphère, i.e. dans Jupiter. (b) Évolution de la vitesse de la sonde et du pas de temps avant, pendant et après orbitage. En encart, l'évolution du pas de temps et de la vitesse alors que la sonde est en orbite. Les maxima de vitesse correspondent aux périhélie des orbites de la sonde, et donc aux minima du pas de temps.

gence à la trajectoire de la planète autour du soleil et une faible différence de vitesses entre la sonde et l'astre. Cette manœuvre est systématiquement réalisée grâce à des corrections de trajectoire en vol, et utilise souvent l'atmosphère de la planète pour freiner la sonde. Ne pouvant pas réaliser ces conditions, le seul moyen d'observer un orbite a été de faire passer la sonde très proche de la planète, quitte à passer de manière non réaliste à l'intérieur de celle-ci.

La sonde reste seulement une dizaine de jours en orbite autour de Jupiter. L'évolution de sa vitesse une fois en orbite est caractéristique d'un satellite, i.e. une oscillation. On remarque également une chute du pas de temps d'intégration.

La trajectoire de la sonde étant calculée à partir des trajectoires interpolées des planètes, calculées elles-mêmes avec un pas de temps de une heure, le fait que le pas de temps de calcul descende en dessous de une heure peut fausser la trajectoire de la sonde de manière significative, par rapport à la trajectoire réelle.

5. CONCLUSION

Nous avons mis en évidence des phénomènes d'assistance gravitationnelle et de mise en orbite. En implémentant une méthode d'intégration de type Runge-Kutta d'ordre 4 à pas de temps adaptatif, nous avons pu modéliser l'envoi d'une sonde dans le système solaire et reproduire partiellement l'envoi des sondes Voyager 2 et New Horizons. Cet algorithme nous a permis une optimisation de la simulation, en adaptant le pas de temps d'intégration à chaque itération. Nous avons ainsi pu concentrer les calculs aux abords des planètes, là où l'influence des forces de gravitation sur la sonde est la plus forte, et gagner en temps de calcul dans l'espace interplanétaire.

Notre modélisation s'est basée sur des équations du

mouvement simplifiées, ne prenant en compte que les potentiels gravitationnels du Soleil, des 8 planètes du système solaire et de Pluton. Nous avons ainsi entre autres négligé les effets de la relativité générale et ceux impliqués par la non-sphéricité du Soleil.

Il serait possible de prendre en compte ces phénomènes, afin d'avoir des prédictions valables sur plusieurs centaines d'années. On pourrait également perfectionner notre manière d'approcher les planètes en introduisant des corrections de trajectoire. Cela implique la connaissance d'une trajectoire idéale d'approche, et donc un calcul théorique.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Christophe Winisdoerffer pour ses relectures et ses conseils avisés.

RÉFÉRENCES

- [1] Alain VIENNE. *Mécanique du système solaire*. http://lal.univ-lille1.fr/m316/cours_m316.pdf. 2007.
- [2] *Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing*. Third Edition. Cambridge University Press, 2007. ISBN : -10 : 0521880688.
- [3] Dr. S. GUREVICH. "Runge-Kutta Methods". In : *Numerische Methoden für komplexe Systeme*. <http://pauli.uni-muenster.de/tp/menu/studium/archiv/numerische-methoden-fuer-komplexe-systeme-ss-2013.html>. Westfälische Universität Münster - Institut für Theoretische Physik. 2013.

- [4] NASA Goddard Space Flight Center. *Space Physics Data Facility*. <ftp://spdf.gsfc.nasa.gov/pub/data/>.
- [5] Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides. <http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/>.
- [6] NASA Jet Propulsion Laboratory. *Voyager 2 Project Home Page*. <http://voyager.jpl.nasa.gov/>.
- [7] NASA Helioweb. *Heliocentric Trajectories for Selected Spacecraft, Planets, and Comets*. <http://omniweb.gsfc.nasa.gov/coho/helios/heli.html>.
- [8] NASA Space Science Data Coordinated Archive. *Voyager 1/2 closest approach distances/times*. <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/voyager-periapse.html>.
- [9] NASA JHU Applied Physics Lab. *New Horizons Project Home Page*. <http://pluto.jhuapl.edu/index.php>.

□ CAMILLE ELOY
M1 Sciences de la Matière
ENS de Lyon - Université Lyon 1
camille.elay@ens-lyon.fr

□ QUENTIN VIGNERON
M1 Sciences de la Matière
ENS de Lyon - Université Lyon 1
quentin.vigneron@ens-lyon.fr